

JEUX



Classification Thèmes de MegaMaths

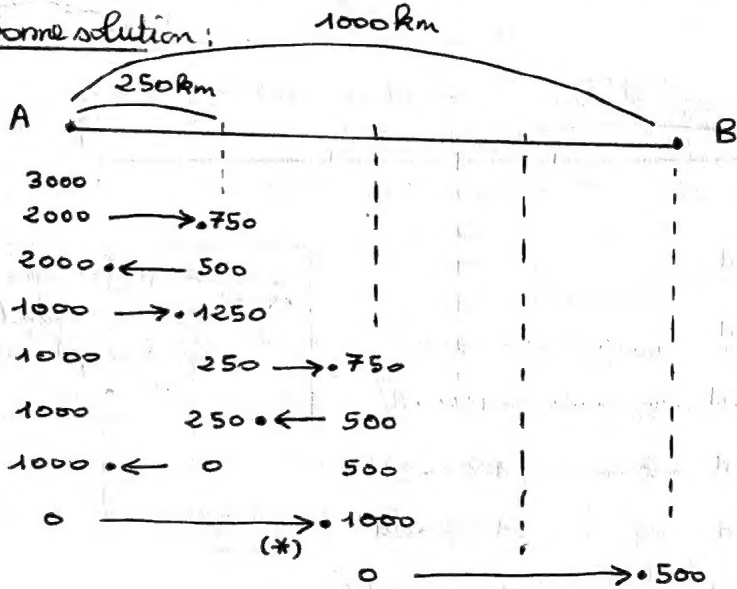
Docs de Dany-Jack MERCIER

Un exploitant veut faire transporter ses 3000 bananes de la ville A à la ville B situées à 1000 km l'une de l'autre, en utilisant un éléphant.

Cet éléphant mange 1 banane par kilomètre, et ne peut transporter plus de 1000 bananes sur son dos.

Combien de bananes peuvent atteindre la ville B ?

1) Une bonne solution:



(→ • signifie que l'éléphant vient d'accomplir un voyage de gauche à droite .)

2) Recherche de la meilleure solution :

* Notons bien que l'éléphant est obligé de procéder par étapes, ie de constituer des tas le long du chemin.

* La meilleure solution est celle pour laquelle l'éléphant parcourt la distance la plus petite en remplissant son contrat, ie en transportant le plus de bananes en B. Ce sera le cas si :

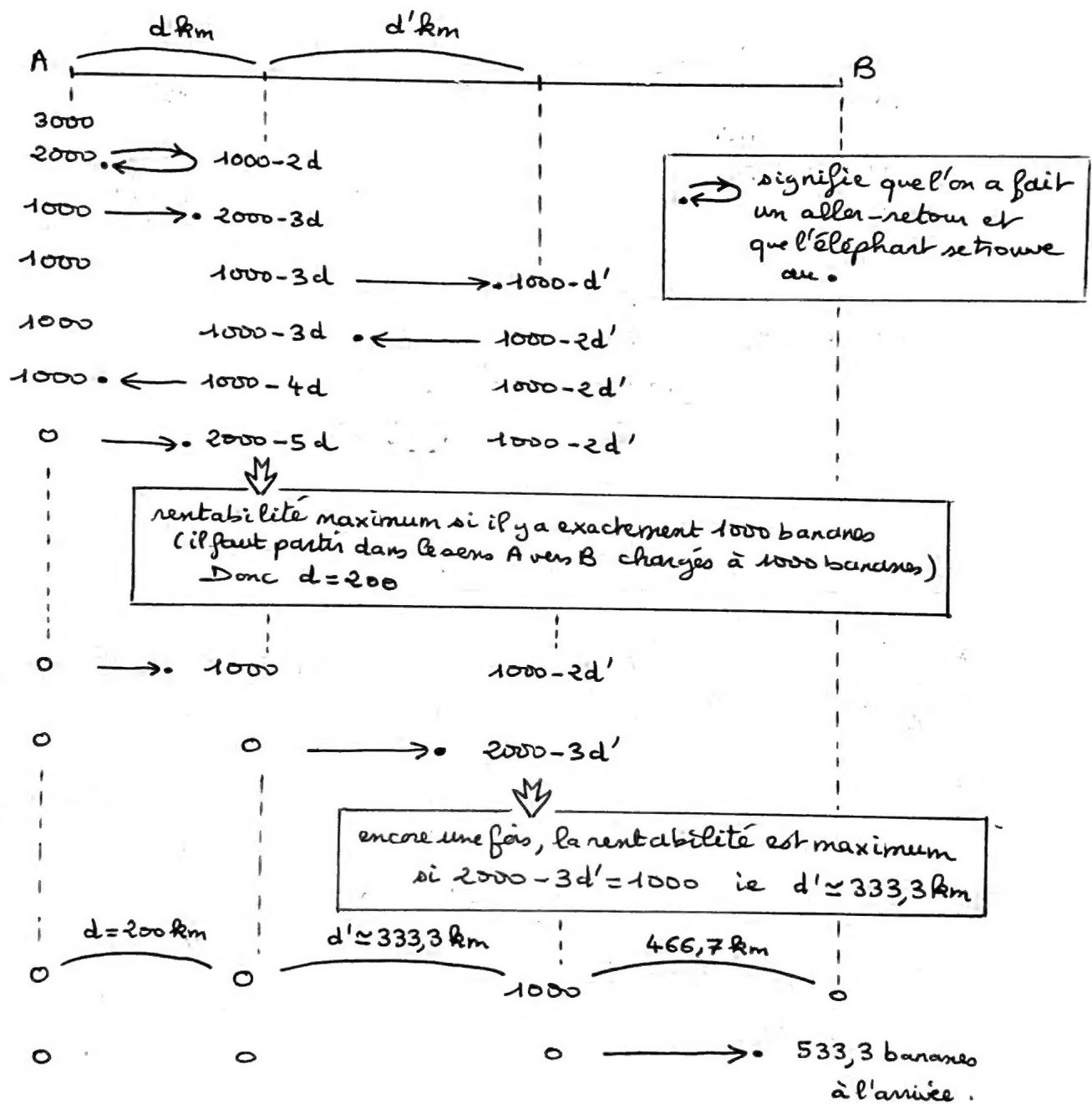
a) L'éléphant est toujours chargé au maximum (1000 bananes) dans le sens "A vers B" et au départ de chacun de ses tas.

b) L'éléphant arrive toujours à vide à l'un des tas déjà formés lorsqu'il se dirige dans le sens "B vers A".

Ainsi, la solution précédente n'est pas la meilleure puisque l'éléphant parcourt l'étape (*) en partant avec seulement 750 bananes dans le sens A vers B.

C'était néanmoins une bonne solution car il s'agit là du seul marquage aux conditions a) et b).

3) la meilleure solution : comme elle ne tombe pas du ciel, on va à la case ...

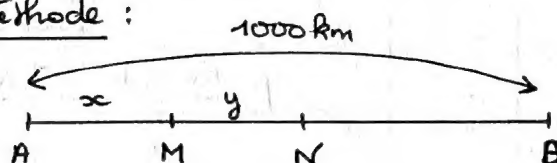


Conclusion : On ne peut pas obtenir plus de 533,3 bananes en B.

La distance parcourue par l'éléphant est alors environ :

$$5d + 3d' + 466,7 \approx 2466,7 \text{ km}$$

.../...

4) Une autre méthode :

* Hypothèses de travail : 2 arrêts, 3 départs de A avec 1000 ban. sur le dos.

1-départ : constitution du tas M à x km de A, puis retour.

2-départ : " " N à $x+y$ km de A, " "

* Nombre de bananes arrivant en B :

$$N(x, y) = 3000 - 2x - 2(x+y) - 1000 = 2000 - 4x - 2y$$

* Contraintes : Mis à part $x \geq 0$, $y \geq 0$ et $x+y \leq 1000$, on a :

• Constitution du tas M : $\boxed{1000 - 2x \geq 0}$ (1). Le tas M comprend $1000 - 2x$ ban.

• Constitution du tas N : Après le 2-départ de A, on arrive en M avec $1000 - x$ ban. Le tas M comprend alors $(1000 - 2x) + (1000 - x) = 2000 - 3x$ ban. On part vers B avec 1000 ban. pour constituer le tas N.

Condition : $\boxed{2000 - 3x \geq 1000}$ (2) pour pouvoir partir avec 1000 ban. de M.

On laisse $1000 - 2y$ ban. en N. On retourne en M avec 0 ban. et on repart en A. Arrivé en A, le tas M comprend $2000 - 3x - 1000 - x = 1000 - 4x$ ban.

• Trajet final : 3-départ de A et ramassage de toutes les bananes sur le chemin.

L'éléphant part de A avec 1000 ban., arrive en M : il y a alors $1000 - x + (1000 - 4x)$ ban, soit $2000 - 5x$ ban.

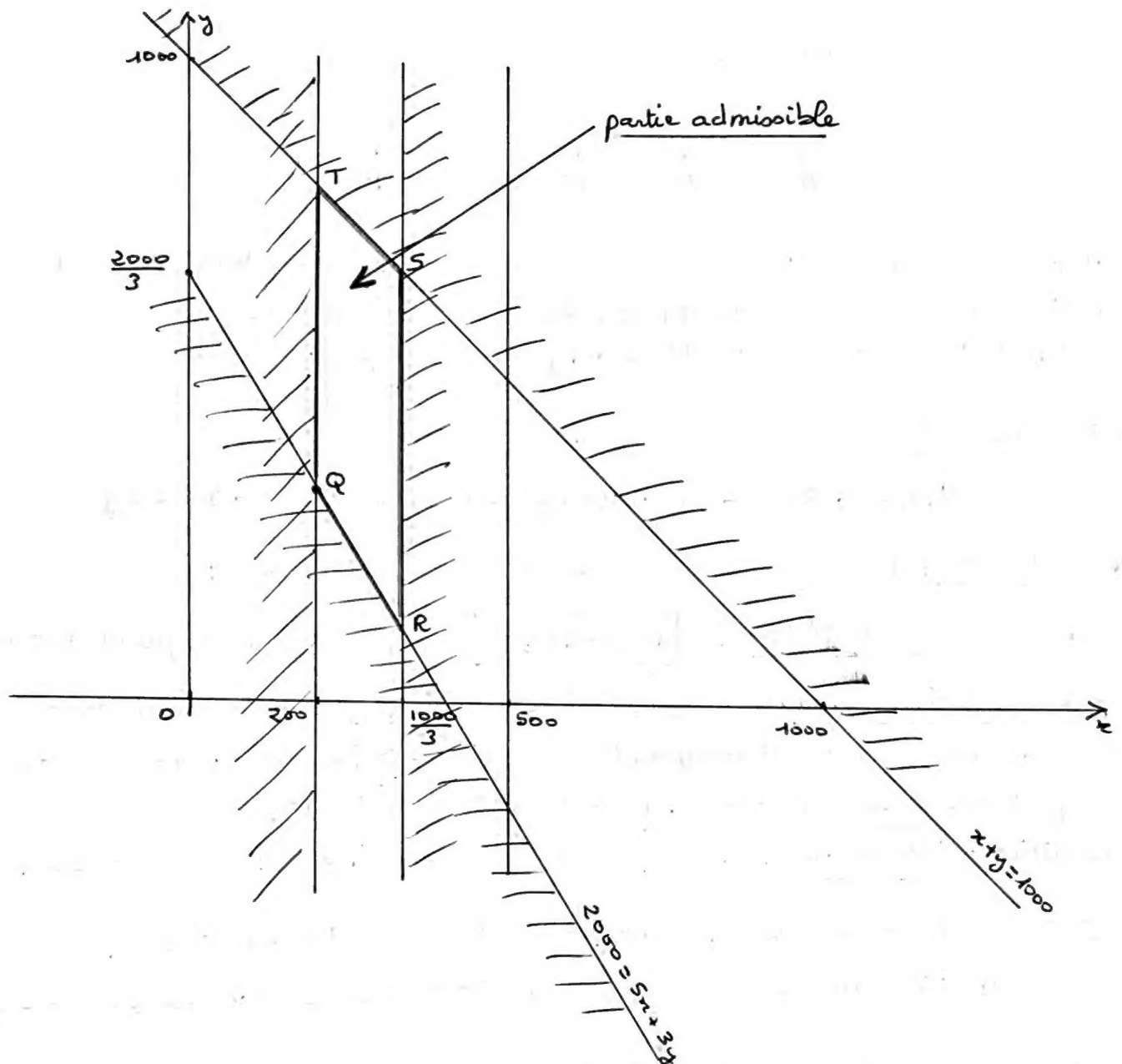
Condition : $\boxed{2000 - 5x \leq 1000}$ (3).

On arrive ensuite en N : il y aura $1000 - 2y + (2000 - 5x - y)$ soit $3000 - 5x - 3y$ ban. en N. La condition pour qu'il ne reste qu'un voyage est :

$\boxed{3000 - 5x - 3y \leq 1000}$ (4)

On arrive en B avec :

$(3000 - 5x - 3y) - (1000 - x - y) = 2000 - 4x - 2y$ bananes, comme prévu.



Contraintes :

$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ x + y \leq 1000 \end{cases}$$

(1) $1000 - 2x \geq 0$

(2) $1000 - 3x \geq 0$

(3) $1000 \leq 5x$

(4) $2000 \leq 5x + 3y$

Quantité à maximiser : le nombre de bananes,

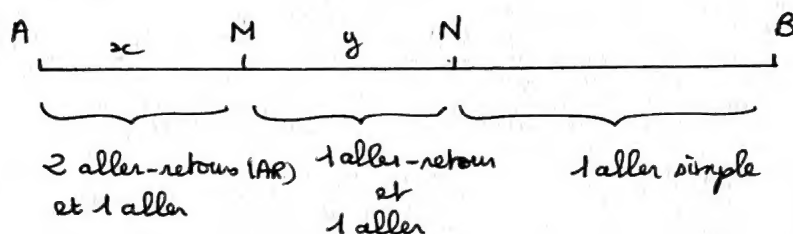
soit $N(x, y) = 2000 - 4x - 2y$

On vérifie facilement que le ^{maximum} ~~minimum~~ de $N(x, y)$ sur l'intérieur du quadrilatère QRST est atteint au point $Q(200, \frac{1000}{3})$. Le nombre maximum de bananes que l'on réceptionnera sera $N(200, \frac{1000}{3}) \approx 533,33$, et les tas M et N seront placés de sorte que $AM = 200$ km et $MN \approx 333,33$ km

5) Encore une autre méthode : elle diffère des 2 précédentes en ce sens :

- a) qu'il est ici inutile de demander de partir vers la droite avec une charge de 1000 bananes au départ de chacun des tas,
- b) que l'on transporte d'abord toutes les bananes pour constituer le 1^{er} tas M, puis que l'on transporte les bananes de M pour créer un 2^{ème} tas N.

Dénombrons les trajets :



Après les 2 AR et l'aller de A à M, le tas M comprend $3000 - 5x$ bananes. Pour qu'un AR et 1 aller soient nécessaires pour constituer le tas N, il faut que :

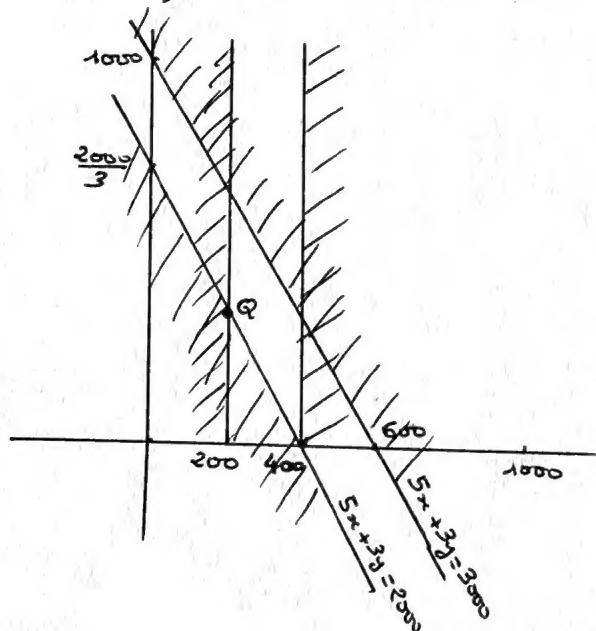
$$(1) \quad 1000 < 3000 - 5x \leq 2000$$

Puis tout est transporté en N. Il y aura alors $3000 - 5x - 3y$ bananes en N. Pour qu'un seul aller permette de conclure, il faut que :

$$(2) \quad 0 < 3000 - 5x - 3y \leq 1000$$

et $N(x, y) = 3000 - 5x - 3y - (1000 - x - y) = 2000 - 4x - 2y$ bananes atteindront B.

Il n'y a plus qu'à maximiser $N(x, y)$ sur la partie admissible du plan des (x, y) définie par (1) et (2).



$$(1) \quad 200 \leq x < 400$$

$$(2) \quad \begin{cases} 5x + 3y \leq 3000 \\ 5x + 3y \geq 2000 \end{cases}$$

Le maximum est atteint en $Q \left(200, \frac{1000}{3} \right)$

pour $x = 200$ et $y = \frac{1000}{3}$

Ma petite Brigitte -

Mon Dane -

- Je suis heureuse de savoir que Yannick suit les traces de son frère. Grâce à vous deux, cet enfant sait lire et écrire au C.P. Tout lui sera facile. Il ne faut pas tenir compte ^{de} ce que j'écris à savoir : j'attache une grande importance à l'instruction et, pour cause : comprendre les lignes, revues scientifiques etc... Je ne saisis que le $\frac{1}{10}$ de l'article et je raie...

- Revenons au problème des 3 saints. Si tu double ce que j'ai, je te donne 6,00. Au 3^e saint, il ne ^{lui} reste plus rien.

~~Il ne faut pas faire une erreur dans les calculs. Naturellement, le graphique est juste.~~

Voyons la résolution.

$$x + 2x - 6 = (3x - 6)$$

$$(3x - 6) + 2(3x - 6) - 6 = [9x - 24]$$

$$(9x - 24) + 2(9x - 24) - 6 = 27x - 78$$

$$\text{soit } x = 2,90 \text{ par excès.}$$

Preuve

$$3x - 6 = 8,70 - 6 = 2,70$$

$$9x - 24 = 26,1 - 24 = 2,10$$

$$27x - 78 = 78,3 - 78 = 0,3$$

0,3 provient des $x = 2,90$ par excès

c'est valable

la mienne.

$$1^{\text{er}} \text{ saint} : 2x - 6$$

$$2^{\text{e}} \text{ saint} : 2(2x - 6) - 6 = 4x - 18$$

$$3^{\text{e}} \text{ saint} : 2(4x - 18) - 6 = 8x - 42$$

$$\text{soit } x = 5,25$$

$$5,25 \times 2 = 10,50 - 6 = 4,50$$

$$4,5 \times 2 = 9 - 6 = 3$$

$$3 \times 2 = 6 - 6 = 0$$

je pense que les 2 solutions sont valables.

- En voici un autre ^{problème} : 2 pères sont à faucher. Le 1^{er} a une aire double du second. Des faucheurs travaillent au grand père pendant $\frac{1}{2}$ journée,

puis, l'équipe des faucheurs se scinde en 2 ^{2 groupes égaux}. Un des groupes fauche le grand pré et le termine en fin de journée; tandis que le 2^{ème} groupe entame le petit pré, mais ne le termine pas en fin de journée. Un faucheur passe la journée du lendemain à achever.

Combien d'ouvriers cette équipe compte-t-elle?

Mon raisonnement

$$\begin{array}{|c|c|} \hline a \textcircled{1} & a \textcircled{1} \\ \hline \end{array}$$

soit x le ~~nb~~ de faucheurs. x doit être un nombre pair, puis qu'ils se divisent en deux équipes égales.

$$\begin{array}{|c|} \hline a \textcircled{2} \\ \hline \end{array}$$

Nous aurons pour ① : $x + \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \text{ journée} + \frac{1}{2} \text{ journée} = 1j = 2a$. A

pour ② $\frac{x}{2} + 1 = \frac{1}{2} \text{ journée} + 1 \text{ jour} = 1j \frac{1}{2} = a$ B

Pour qu'il y ait égalité il faut et il suffit que le faucheur qui travaille toute la journée, doit le terminer en $\frac{1}{2}$ journée soit : 2 faucheurs

donc B = $\frac{x}{2} + 2 = \frac{1}{2} \text{ journée} + \frac{1}{2} \text{ journée} = 1 \text{ jour} = a$.

donc A = B ou A = 2B soit : $\frac{x + \frac{x}{2}}{2} = \frac{x}{2} + 2$

ou $\frac{3x}{4} = \frac{x}{2} + 2$

ou $3x = 2x + 8$; $x = \boxed{8}$

Preuve pour ① : $8 + \frac{8}{2} = 12$ faucheurs.

pour ② : $\frac{8}{2} + 2 = 6$ faucheurs.

Le collègue a pris 2 inconnus : x le nombre de faucheurs et y l'aire fauchée en 1 journée. il en arrive à $\frac{xy}{4} = 2y$ donc $x = 8$ (trop long pour moi.).

Peut être trouveras-tu une 3^{ème} solution!

Je vous embrasse tous bien affectueusement.

Votre Papy. qui vous aime.

Dan : Chaque faucheur fauche $a \text{ m}^2$ en 1 journée. Soit $2x$ le nombre de faucheurs.

1^{er} champs : $2x \cdot \frac{1}{2} \cdot a + x \cdot \frac{1}{2} \cdot a = \frac{3ax}{2} \text{ m}^2 \text{ fauchés.}$

2^{ème} champs : $x \cdot \frac{1}{2} \cdot a + 1 \cdot a = \frac{ax}{2} + a$.

Equation : $\frac{3ax}{2} = 2 \left(\frac{ax}{2} + a \right) \Rightarrow x = 4$ donc $2 \times 4 = 8$ faucheurs.

Exercice : Un camion rempli de caisses traverse 5 postes frontières. A chaque poste frontière, on lui retient les $\frac{1}{3}$ de la cargaison et le tiers d'une caisse. Trouver le nombre de caisses contenues dans le camion au départ sachant qu'à l'arrivée, le camion contient un nbre entier de caisses.

Solution : Soit b le nombre de caisses au départ. Après le passage du 1^{er} poste frontière, le camion ne contient plus que $f(b) = \frac{2}{3}b - \frac{1}{3}$ caisses.

A l'arrivée, il contiendra : $f^5(b) = \frac{32b - 211}{243}$ caisses.

$f^5(b)$ sera entierssi $\exists k \in \mathbb{Z} \quad 32b - 243k = 211 \quad (1)$

L'algorithme d'Euclide donne la solution particulière :

$$32 \times 8018 - 243 \times 1055 = 211$$

d'où la solution générale de (1) :
$$\begin{cases} b = 243\eta + 8018 \\ k = 32\eta + 1055 \end{cases} \quad \text{où } \eta \in \mathbb{Z}$$

Le nombre de caisses minimum au départ sera obtenu pour $\eta = -32$: on trouve $b = 242$ caisses.